

(网络收集) 2024 年新课标 II 卷数学卷高考真题图片版

一、选择题

1. 已知 $z = -1 - i$, 则 $|z| =$ ().

A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

2. 已知命题: $p: \forall x \in \mathbf{R}, |x+1| > 1$, 命题 $q: \exists x > 0, x^3 = x$, 则 ().

A. p 和 q 都是真命题 B. $\neg p$ 和 q 都是真命题
C. p 和 $\neg q$ 都是真命题 D. $\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题

3. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 1, |\vec{a} + 2\vec{b}| = 2$, 且 $(\vec{b} - 2\vec{a}) \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{b}| =$ ().

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

4. 某农业研究部门在面积相等的 100 块稻田上种植一种新型水稻, 得到各块稻田的亩产量(单位: kg) 并整理下表:

亩产量	[900,950)	[950,1000)	[1000,1500)	[1100,1150)	[1150,1200)
生产数	6	12	18	24	10

据表中数据, 结论中正确的是 ().

A. 100 块稻田亩产量中位数小于 1050kg
B. 100 块稻田中的亩产量低于 1100kg 的稻田所占比例超过 20%
C. 100 块稻田亩产量的标差介于 200kg 至 300kg 之间
D. 100 块稻田亩产量的平均值介于 900kg 至 1000kg 之间

5. 已知曲线 $C: x^2 + y^2 = 16 (y > 0)$, 从 C 上任意一点 P 向 x 轴作垂线 PP' , P' 为垂足, 则线段 PP' 的中点 M 的轨迹方程为 ().

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 (y > 0)$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1 (y > 0)$ C. $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{4} = 1 (y > 0)$ D. $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{8} = 1 (y > 0)$

6. 设函数 $f(x) = a(x+1)^2 - 1$, $g(x) = \cos x + 2ax$, 当 $x \in (-1, 1)$ 时, 曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 恰有一个极点, 则 $a =$ ().

A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

7. 已知正三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为 $\frac{52}{3}$, $AB = 6$, $A_1B_1 = 2$, 则 A_1A 与

平面 ABC 所成角的正切值为 () .

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3

8. 设函数 $f(x) = (x+a)\ln(x+b)$, 若 $f(x) \geq 0$, 则 $a^2 + b^2$ 的最小值为 () .

A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

二、多选题

9. 对于函数 $f(x) = \sin 2x$ 和 $g(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$, 下列正确的有 () .

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同零点

B. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同最大值

C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最小正周期

D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图像有相同的对称轴

10. 抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的准线为 l , P 为 C 上的动点, 对 P 作 $\odot A: x^2 + (y-4)^2 = 1$ 的一条切线,

Q 有切点, 对 P 作 C 的垂线, 垂足为 B , 则 () .

A. l 与 $\odot A$ 相切

B. 当 P, A, B 三点共线时, $|PQ| = \sqrt{15}$

C. 当 $|PB| = 2$ 时, $PA \perp AB$

D. 满足 $|PA| = |PB|$ 的点 A 有且仅有 2 个

11. 设函数 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 1$, 则 ()

A. 当 $a > 1$ 时, $f(x)$ 有一个零点

B. 当 $a < 0$ 时 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极大值点

C. 存在 a, b 使得 $x = b$ 为曲线 $y = f(x)$ 的对称轴

D. 存在 a 使得点 $(1, f(1))$ 为曲线 $y = f(x)$ 的对称中心

三、填空题

12. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_3 + a_4 = 7$, $3a_2 + a_5 = 5$, 则 $S_{10} =$ _____.

13. 已知 α 为第一象限角, β 为第三象限角, $\tan \alpha + \tan \beta = 4$, $\tan \alpha \tan \beta = \sqrt{2} + 1$, 则 $\sin(\alpha + \beta) =$ _____.

14. 在右图的 4×4 方格表中选 4 个方格, 要求每行和每列均恰有一个方格被选中, 则共有 _____ 种选法, 在所有符合上述要求的选法中, 选中方格的 4 个数之和的 **最大值是** _____.

四、解答题

15. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin A + \sqrt{3} \cos A = 2$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $a = 2$, $\sqrt{2} \sin C = c \sin 2B$, 求 $\triangle ABC$ 周长.

16. 已知函数 $f(x) = e^x - ax - a^3$.

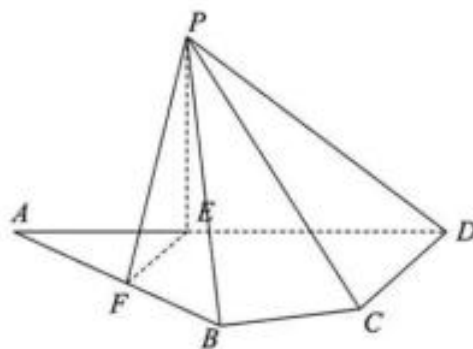
(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x)$ 有极小值, 且极小值小于 0, 求 a 的取值范围.

17. 如图, 平面四边形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $CD = 3$, $AD = 5\sqrt{3}$, $\angle APC = 90^\circ$, $\angle BAD = 30^\circ$, 点 E, F 满足 $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, 将 $\triangle AEF$ 沿 EF 对折至 $\triangle PEF$, 使得 $PC = 4\sqrt{3}$.

(1) 证明: $EF \perp PD$;

(2) 求面 PCD 与 PBF 所成的二面角的正弦值.



18. 某投篮比赛分为两个阶段，每个参赛队由两名队员组成，比赛具体规则如下：第一阶段由参赛队中一名队员投篮 3 次，若 3 次都未投中，则该队被淘汰，比赛成绩为 0 分，若至少被投中一次，则该队进入第二阶段，由该队的另一名队员投篮 3 次，每次投中得 5 分，未投中得 0 分，该队的比赛成绩为第二阶段得分总和。

某参赛队由甲、乙两名队员组成，设甲每次投中的概率为 p ，乙每次投中的概率为 q ，各次投中与相互独立。

(1) 若 $p=0.4$ ， $q=0.5$ ，甲参加第一阶段比赛，求甲、乙所在队的比赛成绩不少于 5 的概率；

(2) 假设 $0 < p < q$ ，

(i) 为使得甲、乙所在队的比赛成绩为 15 分的概率最大，则该由谁参加第一阶段的比赛？

(ii) 为使得甲、乙所在队的比赛成绩的数学期望最大，应该由谁参加第一阶段比赛？

19. 已知双曲线 $C: x^2 - y^2 = m (m > 0)$ ，点 $P_1(5, 4)$ 在 C 上， k 为常数， $0 < k < 1$ ，按照如下方式构造点 $P_n (n=2, 3, \dots)$ ，过 P_{n-1} 斜率为 k 的直线与 C 的左支交于点 a_{n-1} ，令 P_n 为 a_{n-1} 关于 y 轴的对称点，记 P_n 的坐标为 (x_n, y_n)

(1) 若 $k = \frac{1}{2}$ ，求 x_2, y_2 ；

(2) 证明：数列 $\{x_n - y_n\}$ 是公比为 $\frac{1+k}{1-k}$ 的等比数列；

(3) 设 S_n 为 $\triangle P_n P_{n+1} P_{n+2}$ 的面积，证明：对任意的正整数 n ， $S_n = S_{n+1}$ 。